

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.03.016

基于虚内键模型的三维均质岩石本构关系模拟

贾 珺, 肖本林, 柯长仁

(湖北工业大学 土木建筑与环境学院, 湖北 武汉 430068)

摘 要: 基于虚内键模型, 推导出三维条件下虚内键演化函数的四阶弹性张量, 对虚内键密度演化函数中的两个参数进行研究, 建立单轴压缩下岩石数值模型, 得出两参数对岩石应力-应变全过程曲线影响的一般性规律, 实现对均质大理岩试样应力-应变全过程曲线的数值模拟。数值结果表明, 基于虚内键模型的均质岩石应力-应变全过程曲线与力学试验结果较为吻合。从而证明了用虚内键模型探讨岩石材料本构关系的适用性与可行性, 为研究岩石本构关系提供了一个新思路。

关 键 词: 虚内键模型; 三维; 应力-应变曲线; 单轴压缩; 数值模拟

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2017)03-0740-07

Simulation of three-dimensional homogeneous rock constitutive relation based on virtual internal bond model

JIA Jun, XIAO Ben-lin, KE Chang-ren

(School of Civil Architecture and Environment, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China)

Abstract: Based on the virtual internal bond (VIB) model, a fourth-order elastic tensor of the VIB evolution function is deduced. Two parameters in the evolution of VIB density are studied, and a numerical model of rock is developed under uniaxial compression. A general law of the influence of these two parameters on the whole stress-strain curve is obtained, and a stress-strain curve of homogeneous marble sample is simulated by the VIB model. Numerical results show that the stress-strain curve is in good agreement with experimental results. The applicability and feasibility of the VIB model for the constitutive relation of rocks are proved, which provides a new way to study the constitutive relationship.

Keywords: virtual internal bond model; three-dimension; stress-strain curve; uniaxial compression; numerical simulation

1 引 言

自从 Cook^[1]于 1965 年首次成功提出了花岗岩、大理岩试样的本构关系全过程曲线以来, 近年来研究岩石破坏全过程的岩石本构模型如雨后春笋般层出不穷。

众多学者致力于探索岩石材料的本构关系, 并且取得了有价值的研究成果。Potyondy 等^[2]运用黏结颗粒模型, 在 PFC 程序的基础上, 模拟了岩石破坏全过程, 揭示了 Bonnet 湖区的花岗石的相关主要力学性质; Morris 等^[3]基于 LDEC, 引入 Cosserat 微极理论及黏聚力模型, 成功模拟了岩体的裂纹扩展至破坏过程; Wawersik 等^[4]岩石压缩试验数值模

拟, 验证了用连续-离散耦合分析方法模拟岩石破坏的全过程; Fang 等^[5]利用 FLAC 软件分析了非均质性岩石材料的本构关系; Tang 等^[6]提出一种新开发的岩石破裂过程分析 RFAD^{2D} 软件, 能够模拟出岩石类材料从微裂缝至贯通破坏的全过程。柯长仁等^[7]基于虚内键模型, 提出了岩石材料的虚内键密度演化函数 $D(\theta)$, 通过弹性张量 C_{ijmn} , 实现了在二维岩石材料单轴压缩本构关系的数值模拟。

自然界中岩石基本上都是处于空间三维应力的作用下, 而且岩石材料在单轴荷载压缩下, 岩石试件裂纹的产生、扩展、贯通直至破坏、失稳等, 这些相互作用都属于空间三维分布。梁正召等^[8]基于 RFPA^{2D}, 开发了新的岩石破坏过程分析系统

收稿日期: 2016-06-14

基金项目: 中国科学院武汉岩土力学与工程国家重点实验室开放课题 (No.Z012001)。

This work was supported by the State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Chinese Academy of Sciences (Z012001).

第一作者简介: 贾珺, 女, 1989 年生, 硕士研究生, 助理工程师, 主要从事岩石力学与工程方面工作。E-mail: jun_ia@126.com

通讯作者: 柯长仁, 男, 1974 年生, 博士研究生, 副教授, 主要从事岩石力学与工程方面的教学和研究工作。E-mail: longmanke@163.com

RFPA^{3D}, 运用细观弹性损伤模型和有限元法, 结合位移加载法, 实现了对岩石材料破裂过程的三维数值模拟; 张德海等^[9]、邢纪波等^[10]提出三维梁-颗粒模型, 即把岩石材料看作一系列随机地离散的颗粒单元, 并且由弹脆性的梁单元连接着相邻颗粒单元的形心, 依据 Weibull 分布随机对梁单元的力学性质赋值, 能够模拟出随着岩石材料力学参数的变化, 岩石材料破坏模式的空间变异性, 通过断开的梁单元来模拟岩石材料的内部裂纹, 对非均质岩石类等脆性材料可从细观演变到宏观破裂进行全过程数值模拟; 陈育民等^[11]、郭彦双^[12]基于 FLAC 的扩展程序, 深层次开发出 FLAC^{3D}, 结合动态位移加载方式, 能够模拟出三维状态下非均质性岩石试样的破坏过程; 潘鹏志等^[13-14]基于经典弹黏塑性理论, 开发了研究非均质岩石材料蠕变的破坏过程的 EPCA^{3D}-EVP 三维数值模拟软件, 成功模拟出在荷载作用下非均质性岩石材料的应力-应变全过程曲线。

因此, 对试验结果而言, 三维模型的研究更具有实际意义。但研究三维岩石本构关系及数值分析面临两个难题: ① 三维岩石本构关系曲线的模拟更为复杂, 且研究的时间较短; ② 鉴于岩石是一种不透明、非均质材料, 其结构力学性质的复杂性, 能够直接模拟出岩石应力-应变全过程数值分析的方法仍然十分罕见。以往对虚内键模型的研究都是局限于二维, 本文将对虚内键模型的探究推广到三维。

2 三维虚内键模型

基于 Tadmor 等提出的拟连续介质方法, 1998 年, Gao 等^[15-16]在模拟固体材料的裂纹扩展时, 提出了一种全新的数值模型——虚内键模型理论。该模型认为, 在微观领域上, 无数随机分布且呈现离散性的质量微粒构成了连续的固体材料, 微粒与微粒之间通过一个虚内键 (virtual internal bond, VIB) 链接, 并赋予虚内键一种特定的联接法则。基于柯西-波恩 (Cauchy-Born) 规则, 根据微粒之间的相互作用, 基于一种统计平均方法, 可以直接推导出材料的宏观本构方程; 从虚内键的分布密度等微观的角度出发, 能够预测出固体材料的宏观力学特性。

假设在微观结构上, 将一个均质的、各向同性的超弹性呈网状的固体材料视为由任意分布的质量微粒组成, 虚内键成为微粒之间联接的桥梁, 并以特定的联接法则描述微粒与微粒之间的相互作用, 如图 1 所示。

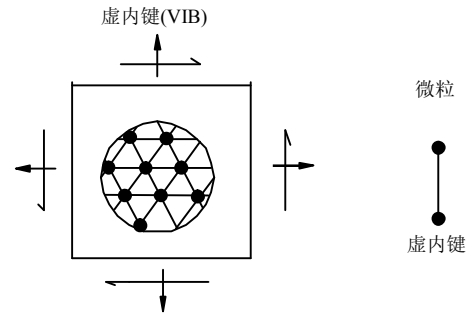


图1 虚内键模型

Fig.1 Virtual internal bond model

Gao 等^[15-16]假定在每一个虚内键内, 固体材料所存储的潜在能量方程为 $U(l)$, 其中, l 被定义为虚内键的变形长度。依据格林-拉格朗日 (Green-Lagrange) 应变, 虚内键的长度在变形后可以表示为^[9]

$$l = l_0 \sqrt{1 + 2\xi_i E_{ij} \xi_j} \quad (1)$$

式中: ξ_i 、 ξ_j 为虚内键的方向向量; l_0 为虚内键的原长; E_{ij} 为格林-拉格朗日 (Green-Lagrange) 应变张量。

基于柯西-波恩 (Cauchy-Born) 规则, Milstein 和 Tadmor 等提出, 虚内键中未变形固体微粒的单位体积应变能为

$$\Phi(E_{ij}) = \langle U(l) \rangle = \langle U(l_0 \sqrt{1 + 2\xi_i E_{ij} \xi_j}) \rangle \quad (2)$$

假设微元体的体积为 V , 其中微粒随机分布, 连接微粒之间的虚内键也随机分布, 空间网架模型如图 2 所示。

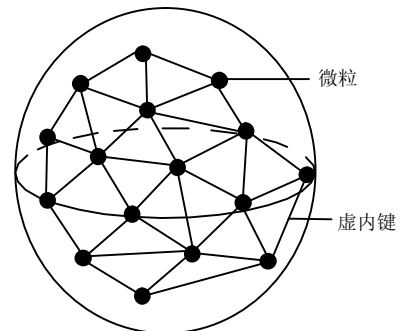


图2 微元体的空间网架模型

Fig.2 Spatial net-frame model of an element

每一个虚内键的位置由球坐标系中对应的坐标点 (l_0, θ, ϕ) 来定义。简单说来可以采用如下注释:

$$\langle \dots \rangle = \iiint (\dots) D(l_0, \theta, \phi) \sin \theta dl_0 d\theta d\phi \quad (3)$$

式中: $D(l_0, \theta, \phi)$ 为加权平均的虚内键密度函数; $D(l_0, \theta, \phi) \cdot \sin \theta dl_0 d\theta d\phi$ 为虚内键中单位体积未变

形物质微粒联接键的数量, 是对 $D(l_0, \theta, \phi)$ 的精确定义, 联接键的长度趋于 l_0 到 $l_0 + dl_0$ 之间且联接键的方向角度趋于 $\theta + d\theta$ 到 $\phi + d\phi$ 之间。Gao^[15-16] 在早前的工作中提出, 用空间的平均数建造一个关于联接键的非晶体网状结构的方法。

2.1 三维虚内键演化函数

在体积为 V 的微元体中, 储存在虚内键连接键中的应变能为^[10]

$$\phi = \int_{l_0}^{l_2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(l) D(l_0, \theta, \phi) \sin \theta dl_0 d\theta d\phi \quad (4)$$

微元体的应变能密度为

$$\phi = \frac{W}{V} \quad (5)$$

假设储存于虚内键中体积为 V 的微元体应变能等同于储存于同体积连续介质中的应变能, 假设虚内键长度一定, 均为 l_0 , 得到应力张量为

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{1}{V} \int_{l_0}^{l_2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi k l_0^2 (\xi_m \varepsilon_{mn} \xi_n) \xi_i \xi_j D(l_0, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi dl_0 = \frac{1}{V} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi k l_0^2 (\xi_m, \varepsilon_{mn}, \xi_n) \xi_i \xi_j D(l_0, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (6)$$

则材料单元的四阶弹性张量为

$$C_{ijmn} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{mn}} = \frac{1}{V} \int_{l_0}^{l_2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi k l_0^2 \xi_i \xi_j \xi_m \xi_n D(l_0, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi dl_0 = \frac{1}{V} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi k l_0^2 \xi_i \xi_j \xi_m \xi_n D(l_0, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (7)$$

式中: k 为虚内键的刚度系数; 在球形坐标系 (r, θ, ϕ) 中, $\xi = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)^T$, ξ_i 、 ξ_j 、 ξ_m 为虚内键的方向向量; $D(l_0, \theta, \phi)$ 为虚内键的分布密度, 在材料单元的四阶弹性张量中起着关键性作用。

对于均质、各向同性的超线弹性固体材料, 在各个方向上, 虚内键的分布密度是不变的。因此, 也可以认为它们的分布函数是常数。假设 $D(\theta, \phi) = 1$, 基于有限单元法, 通常可以用如下弹性矩阵 e 表示四阶弹性张量 C_{ijmn} :

$$e = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1312} & C_{1332} & C_{1313} \end{bmatrix} \quad (8)$$

由于 e 满足物理方程:

$$\sigma = e \cdot \varepsilon \quad (9)$$

式中: $\sigma = [\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{13}]^T$; $\varepsilon = [\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad 2\varepsilon_{12} \quad 2\varepsilon_{23} \quad 2\varepsilon_{13}]^T$

其中: σ_{ij} 表示应力张量的分量; ε_{ij} 表示应变张量的分量。

由式 (6)、(8) 可得:

$$e = \frac{4k l_0^2}{15V} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

一般情况下, 连续介质材料的弹性矩阵可表示为

$$e_c = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: E 为材料的弹性模量; μ 为材料的泊松比。

基于宏观弹性力学性质, 倘若将代表微元内质点的集合体视为相应的连续介质微元, 则令 $e = e_c$, 由式 (10)、(11) 得出:

$$\frac{4k\pi l_0^2}{5V} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (12)$$

$$\frac{4k\pi l_0^2}{15V} = \frac{\mu}{1-\mu} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (13)$$

$$\frac{4k\pi l_0^2}{15V} = \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (14)$$

由式 (12)、(13), 得 $\mu = \frac{1}{4}$ 。

由式 (14) 得

$$k = \frac{15EV}{8\pi(1+\mu)l_0^2} \quad (15)$$

为达到计算的简化, 不妨设 $V=1$, $l_0=1$, 则式 (15) 简化为

$$k = \frac{15E}{8\pi(1+\mu)} \quad (16)$$

在二维情况下, 虚内键四阶弹性模量表示为

$$C_{ijmn} = \frac{1}{V} \int_0^\pi k l_0^2 \xi_i \xi_j \xi_m \xi_n D(\theta) d\theta = \frac{\pi}{8V} k l_0^2 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

平面应变问题下, 固体材料的弹性矩阵为

$$D_\epsilon = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

对于平面应变问题, 类似于三维问题, 令 $C_{ijmn} = D_\epsilon$, 由式 (17)、(18), 得出:

$$\frac{3k\pi l_0^2}{8V} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (19)$$

$$\frac{k\pi l_0^2}{8V} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (20)$$

$$\frac{k\pi l_0^2}{8V} = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (21)$$

由式 (19)、(21), 得 $\mu = \frac{1}{4}$ 。

由式 (20), 则:

$$k = \frac{8EV}{\pi l_0^2 (1+\mu)(1-2\mu)} \quad (22)$$

由上文, 令 $V=1$, $l_0=1$, 则对于平面应变问题, 可以得出

$$k = \frac{8E}{\pi(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (23)$$

对于平面应变问题有

$$C_{ijmn} = \frac{8E}{\pi(1+\mu)(1-2\mu)} \int_0^\pi \xi_i \xi_j \xi_m \xi_n D(\theta) d\theta \quad (24)$$

弹性本构关系张量方程为

$$\sigma_{ij} = C_{ijmn} \epsilon_{mn} \quad (25)$$

Gao 等^[14-15]在单轴压缩条件下提出脆性岩石材料的损伤本构方程为

$$\sigma(\epsilon) = E\epsilon \exp[-(\epsilon/\epsilon_0)^m] \quad (26)$$

虚内键密度演化方程决定了固体材料的力学性质^[6], 虚内键密度演化方程 $D(\theta)$ 表示为

$$D(\theta) = \exp[-c_1(l/\epsilon_c)^{c_2}] \quad (27)$$

将 $D(\theta)$ 代入式 (7), 得三维情况下弹性张量为

$$C_{ijmn} = \frac{15E}{8\pi(1+\mu)} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \xi_i \xi_j \xi_m \xi_n \exp[-c_1(l/\epsilon_c)^{c_2}] d\theta d\phi \quad (28)$$

对于平面应变问题, 将 $D(\theta)$ 代入式 (24) 有

$$C_{ijmn} = \frac{8E}{\pi(1+\mu)(1-2\mu)} \int_0^{2\pi} \xi_i \xi_j \xi_m \xi_n \exp[-c_1(l/\epsilon_c)^{c_2}] d\theta \quad (29)$$

2.2 三维虚内键模型参数对岩石本构关系的影响

在三维问题下包含虚拟连接键密度演化方程的四阶非线性弹性张量中, 类似于二维情况下均含有 4 个需要确定的参数, 分别是岩石材料的弹性模量 E 、泊松比 μ 和用来调节岩石试样本构关系特征参数 c_1 、 c_2 。其中, 参数 c_1 、 c_2 是岩石试件在数值模拟过程中调整岩石应力-应变曲线形状的重要参数。所以, 在进行岩石试件数值模拟之前, 确定包含虚拟连接键密度演化方程的四阶非线性弹性张量中的参数 c_1 、 c_2 , 对岩石应力-应变全过程曲线的影响显得尤为重要。如图 3 所示, 呈现了参数 c_1 、 c_2 对岩石试样应力-应变全过程曲线的影响, 图 3(a) 中, 在参数 c_1 保持不变的情况下, 参数 c_2 值越大, 所对应的曲线的峰值应力越大, 但对峰后应力影响不大, 岩石试件的破坏模式由延性过渡到脆性。由图 3(b) 可知, 当参数 c_2 保持不变时, 随着参数 c_1 的取值增加, 所对应曲线的峰值应力与峰后应力越小, 材料宏观应力-应变全过程曲线越来越“扁”。

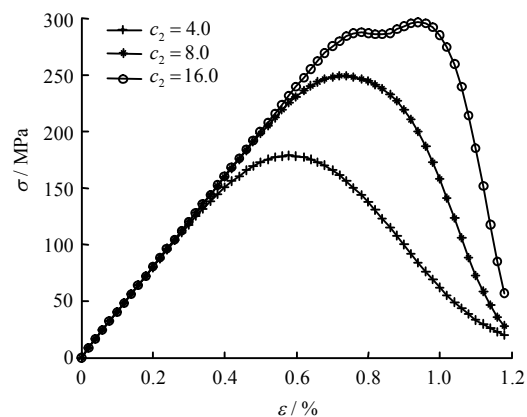
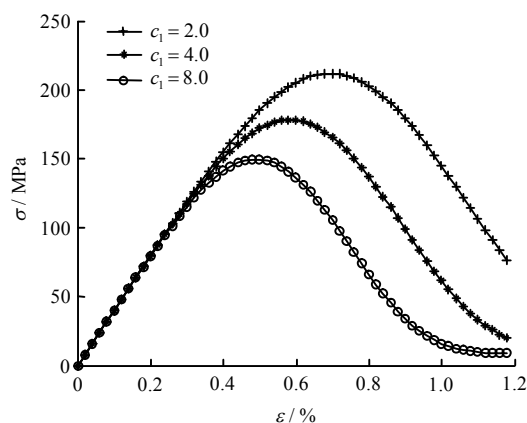
(a) $c_1 = 4.0$ (b) $c_2 = 4.0$

图3 参数 c_1 、 c_2 对应力-应变全过程曲线的影响
Fig.3 Effect of c_1 & c_2 on the complete stress-strain curves

3 数值模拟

3.1 数值模型的建立

本文所选用的岩石试样均按照国标规定的标准尺寸为 $50\text{ mm} \times 100\text{ mm}$ 的平面应变模型。试验中采用的加载方式为位移控制法, 即在整个单向压缩加载过程中, 在试件的端部节点上进行加载加位移, 每次加载位移量 $\Delta s = 0.02\text{ mm}$ 。岩石试样模型的规

格尺寸以及数值模拟的边界条件见图4。

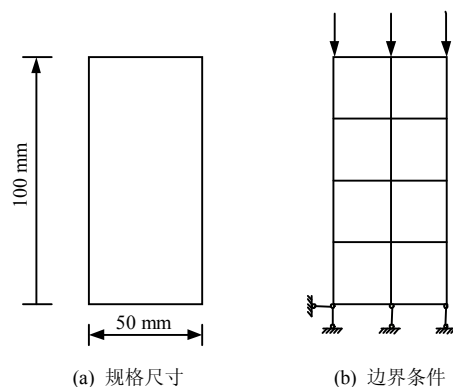


图4 岩样的规格尺寸及数值模拟边界条件

Fig.4 Dimension of rock samples and boundary conditions of numerical simulation

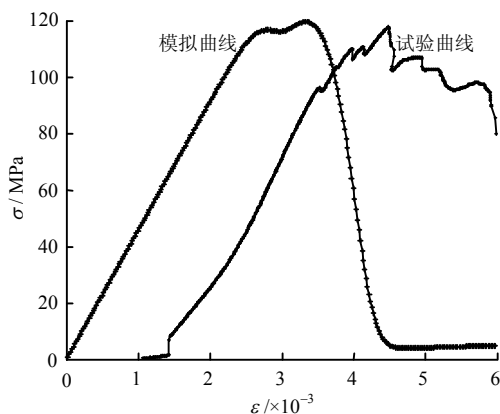
本文选取了大理岩试样分别进行物理试验与数值模拟试验, 并将两者相结合, 验证基于虚内键模型下数值模拟试验的可行性。

3.2 三维均质岩石模型数值模拟

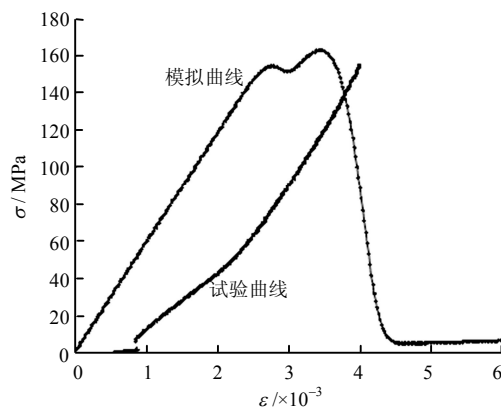
在三维情况下, 分别对试样编号为 1[#]、2[#]的均质大理岩试样在 MTS815 刚性试验机上进行单轴压缩试验, 得到试样的应力-应变全过程曲线。与二维情况下的试验方法相同, 关于大理岩 1[#]、2[#]岩石岩样数值模拟的试验参数详见表 1, 大理岩本构关系的数值模拟曲线与试验所得曲线对比详见图 5、6。

表1 1[#]、2[#]岩样三维单轴压缩数值模拟参数
Table 1 Simulated parameters of rock sample #1 & #2 under three-dimensional uniaxial compression

试样 编号	峰值应变 $\varepsilon_c / 10^{-3}$	弹性模量 E / GPa	泊松比 μ	c_1	c_2
1-1	4.50	61.38	0.15	1 100.00	15.00
1-2	4.00	59.29	0.24	950.00	21.00
1-3	4.00	69.19	0.29	1 000.00	20.00
1-4	4.04	44.69	0.21	980.00	26.00
2-1	3.50	35.25	0.18	500.00	110.00
2-2	4.90	25.85	0.29	950.00	25.00



(a) 1-1 号样品



(b) 1-2 号样品

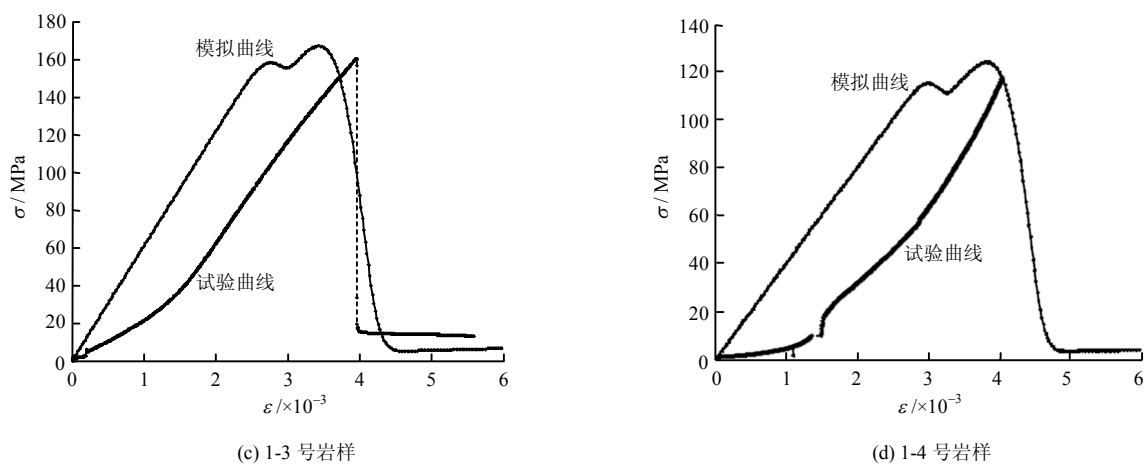
图5 1[#]岩样试验曲线和模拟曲线

Fig.5 Experimental curves and numerical curves of sample #1

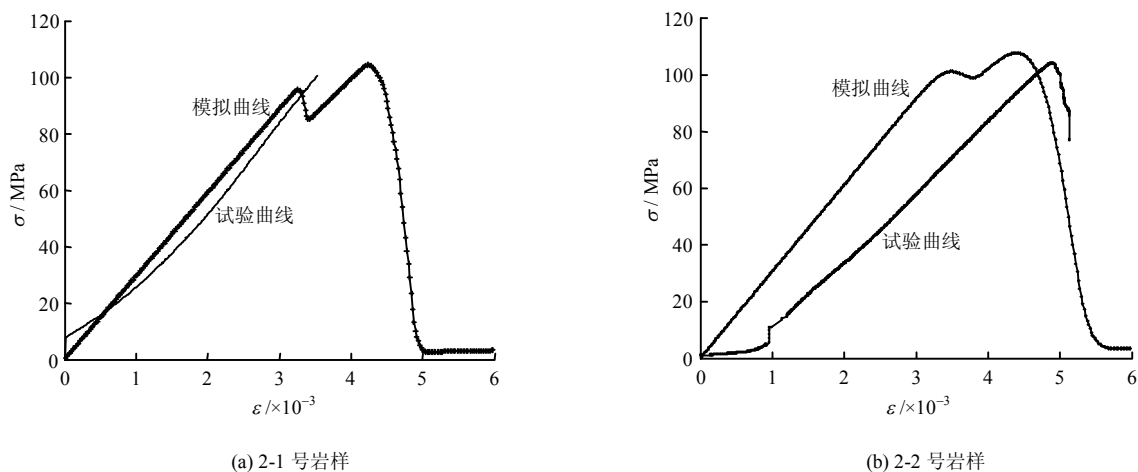
图6 2[#]岩样试验曲线和数值模拟曲线

Fig.6 Experimental and numerical curves of sample #2

3.3 试验结果分析

从大理石编号为1[#]及2[#]的岩石中选取了6种不同的试样,对6个岩石试样分别进行三维单轴压缩试验。对比试样的物理试验与基于虚内键数值模拟应力-应变全过程曲线,发现除了2-1号岩石试样的应力-应变全过程曲线的峰前阶段的吻合度较大,其余5个岩石试样的重合度较小,主要是因为这5个岩石试样在进行物理压缩试验时,一开始会出现一定的压紧密,倘若将数值模拟生成的岩石本构关系曲线沿横轴向左平移一定的单位位移,则试样的峰前应力-应变曲线会有较好的重合。因此,基于虚内键模型对岩石试件进行数值模拟分析,能够较为准确的反映不同种类岩石在三维单轴压缩状况下的应力-应变全过程曲线,并且尤其可以突出岩石试样的软化特征。

4 结 论

(1) 在单轴压缩情况下,对三维虚内键演化函数方程 $D(\theta)$ 中参数 c_1 和参数 c_2 进行分析确定,得出了两参数影响岩石本构关系的一般性规律。

(2) 基于虚内键模型的数值模拟与岩石力学试验结果较为吻合,验证了用虚内键模型探讨岩石材料本构关系的适用性与可行性。

(3) 虚内键模型为研究岩石本构关系开辟了一个新思路,同时也进一步拓展了虚内键模型的应用范围。

本文的研究还存在不完善的地方,对今后的研究工作做如下展望:(1) 虚内键模型针对岩石非均质性方面地描述,探索其本构关系更加精确的演化过程;(2) 对虚内键密度函数方程中的参数进行研究,能否经过参数的相关调整,更加准确地描述岩石材料应力-应变全过程曲线的峰后阶段。

参 考 文 献

- [1] COOK N G W. The failure of rock[J]. **Int. J. Rock Min. Sci.**, 1965, 2: 389—403.
- [2] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2004, 41(8): 1329—1364.
- [3] MORRIS J P, RUBIN M B, BLOCK G I, et al. Simulations of fracture and fragmentation of geologic materials using combined FEM/DEM analysis[J]. **International Journal of Impact Engineering**, 2006, 33: 463—473.
- [4] WAWERSIK W R, FAIRHURST C. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts**, 1970, 7(5): 561—575.
- [5] FANG Z, HARRISON J P. Development of a local degradation approach to the modeling of brittle fracture in heterogeneous rocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2002, 39(4): 443—457.
- [6] TANG C A, YANG W T. A new approach to numerical method of modelling geological processes and rock engineering problems-continuum to discontinuum and linearity to nonlinearity[J]. **Engineering Geology**, 1998, 49: 207—214.
- [7] 柯长仁, 葛修润. 基于虚内键模型的岩石单轴压缩全过程曲线模拟[J]. **岩土力学**, 2009, 30(5): 1509—1514.
- KE Chang-ren, GE Xiu-run. Complete curve simulation of rock under uniaxial compression based on virtual internal bond model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(5): 1509—1514.
- [8] 梁正召, 唐春安, 张永彬, 等. 岩石三维破裂过程的数值模拟研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2006, 25(5): 931—936.
- LIANG Zheng-zhao, TANG Chun-an, ZHANG Yong-bin, et al. 3D Numerical simulation of failure process of rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(5): 931—936.
- [9] 张德海, 邢纪波, 朱浮声. 三维梁-颗粒模型在岩石材料破坏模拟中的应用[J]. **岩土力学**, 2004, 25: 33—36.
- ZHANG De-hai, XING Ji-bo, ZHU Fu-sheng. 3-D beam-particle model for simulating fracture in rock material[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25: 33—36.
- [10] 邢纪波, 俞良群, 王泳嘉. 三维梁-颗粒模型与岩石材料细观力学行为模拟[J]. **岩石力学与工程学报**, 1999, 12: 627—630.
- XING Ji-bo, YU Liang-qun, WANG Yong-jia. 3-D beam-particle model and mesoscopic mechanics behavior simulation of rock material[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 25: 33—36.
- [11] 陈育民, 徐鼎平. **FLAC/FLAC3D 基础与工程实例**[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2009.
- CHEN Yu-min, XU Ding-ping. **FLAC/FLAC3D foundation with engineering examples**[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2009.
- [12] 郭彦双. 脆性材料中三维裂隙断裂试验理论与数值模拟研究[D]. 山东: 山东大学, 2007.
- GUO Yan-shuang. The study on experiment, theory and numerical simulation of fracture of three-dimensional flaws in brittle materials[D]. Shandong: Shandong University, 2007.
- [13] 潘鹏志, 冯夏庭, 申林方, 等. 裂隙花岗岩各向异性蠕变特性研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2011, 30(1): 36—44.
- PAN Peng-zhi, FENG Xia-ting, SHEN Lin-fang, et al. Study of anisotropy creep behavior of fractured granite[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(1): 36—44.
- [14] PAN P Z, FENG X T, HUDSON J A. Study of failure and scale effects in rocks under uniaxial compression using 3D cellular automata[J]. **Int. J Rock Mech. Min. Sci.**, 2009, 46(4): 674—685.
- [15] GAO H J, KLEIN P. Numerical simulation of crack growth in an isotropic solid with randomized internal cohesive bond[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1998, 46(2): 187—218.
- [16] GAO H J, KLEIN P. Crack nucleation and growth as strain localization in a virtual-bond continuum[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 1998, 61: 21—48.
- [17] TADMOR E B, ORTIZ M, PHILIPS R. Quasicontinuum analysis of defects in solids[J]. **Phil. Mag. A**, 1996, 73(6): 1529—1593.